Modelowanie geometryczne

Zestaw 5

Powierzchnia Catmulla–Clarka

Powierzchnie subdivision stały się standardowym prymitywem w modelowaniu, grach 3D i animacjach komputerowych takich jak: Geri's Game, Dawno temu w trawie (A Bug's Life), Toy Story 2. Firmy takie jak Pixar i Alias/Wavefront uczyniły z powierzchni subdivision podstawowy blok ich graficznego oprogramowania. Pixar udostępnił nawet specjalną bibliotekę do obsługi powierzchni subdivision o nazwie OpenSubdiv:

http://graphics.pixar.com/opensubdiv/index.html

Powierzchnia subdivision dana jest przez zgrubną siatkę (siatkę kontrolną), która aproksymuje kształt powierzchni. Mając taką siatkę kontrolną algorytm subdivision rekurencyjnie wygładza tę siatkę stosując zadane zasady otrzymując ciąg coraz gładszych siatek, który zbiega do gładkiej powierzchni. Zasady stosowane do wygładzania najczęściej dane są za pomocą masek.

Przykładem powierzchni subdivision jest powierzchnia Catmulla–Clarka przedstawiona w 1978 roku. Bazuje ona na iloczynie tensorowym kubicznych bsplainów i jest dana za pomocą siatki kontrolnej złożonej z czworokątów. Za pomocą tego schematu otrzymujemy powierzchnię, która jest klasy C^2 wszędzie za wyjątkiem wierzchołków wyjątkowych (tzn. takich, których walencyjność jest różna od 4), gdzie jest tylko klasy C^1 .

Na Rysunku 1 przedstawiono maski używane w schemacie Catmulla–Clarka. Górna lewa maska jest używana dla wierzchołków ściany (ang. face vertex), górna środkowa dla wierzchołków krawędziowych (ang. edge vertex), górna prawa dla wierzchołków narożnych. Maski dolne są używane dla wierzchołków przy brzegu i zgięciach (ang. boundary and crease). Maski górna lewa i środkowa oraz dolna lewa tworzą nowe wierzchołki w siatce, zaś górna prawa i dolna prawa modyfikują istniejące wierzchołki. Współczynniki w każdej masce powinny się sumować do jedynki, więc wszystkie współczynniki w danej masce z Rysunku 1 muszą być podzielone przez sumę wszystkich współczynników w tej masce.



Rysunek 1. Maski dla schematu Catmulla-Clarka

Przykładową siatkę kontrolną oraz trzy pierwsze iteracje dla schematu Catmulla-Clarka przedstawiono na Rysunku 2.



Rysunek 2. Przykładowa siatka kontrolna (góra), pierwsze iteracje dla schematu Catmulla-Clarka, normale ustawiane: "per face" (środek), "per vertex" (dół)

W artykule [2] możemy znaleźć nieco inne podejście do stosowania reguł subdivision dla powierzchni Catmulla–Clarka. Zamiast stosowania masek autorzy zaproponowali podział pojedynczej iteracji na następujące etapy:

- 1. etap liniowy (ang. linear stage),
- 2. etap uśredniania (ang. averaging stage),
- 3. korekcja.

W etapie liniowym dla każdej ścianki wyznaczmy środki krawędzi oraz środek ścianki. Następnie tworzymy nowe ścianki zgodnie z Rysunkiem 3, gdzie na czarno oznaczono wierzchołki oryginalnej siatki, a kolorem szarym nowe wierzchołki. Ponieważ krawędź może być współdzielona przez dwie ścianki, więc obliczenie środka krawędzi byłoby wykonywane dwukrotnie, a tego nie chcemy. Każdy wierzchołek na liście wierzchołków powinien występować tylko raz (bez powtórzeń). Aby tego uniknąć musimy użyć tablicy haszującej, w której kluczem są indeksy wierzchołków tworzących krawędź, a wartością obliczony środek krawędzi. Użycie tablicy haszującej wygląda następująco. Przed obliczeniem środka krawędzi sprawdzamy czy w tablicy haszującej znajduje się już wpis odpowiadający indeksom krawędzi. Jeśli wpis istnieje, tzn. środek został wcześniej obliczony, to nie robimy obliczeń tylko wykorzystujemy wartość pobraną z tablicy haszującej. Jeśli wpisu nie ma w tablicy haszującej, to obliczamy środek krawędzi i dodajemy odpowiedni wpis do tablicy haszującej.



Rysunek 3. Podział ścianki w etapie liniowym. Czarnym kolorem oznaczono wierzchołki oryginalnej ścianki, a szarym nowe wierzchołki

W etapie uśredniania modyfikujemy jedynie wierzchołki. Na początku inicjalizujemy nowe pozycje wierzchołków przez (0,0,0). Następnie dla każdej ścianki obliczamy jej środek i dodajemy go do pozycji każdego wierzchołka tworzącego rozważaną ściankę. Po przejściu wszystkich ścianek dzielimy każdy wierzchołek przez jego walencyjność. Walencyjność wierzchołków możemy obliczyć równocześnie z obliczaniem środków ścianek.

Korekcja ma na celu zmniejszenie nieciągłości powierzchni i polega na zmianie pozycji wierzchołków siatki. Niech \hat{p}_i oznacza wierzchołek po etapie liniowym, p_i wierzchołek po etapie uśredniania. Zmieniamy pozycję wierzchołka zgodnie z następującym wzorem:

$$\hat{p}_i + w(n)(p_i - \hat{p}_i),\tag{1}$$

gdzie *n* to walencyjność wierzchołka, a *w* jest funkcją opisującą współczynnik korekcji (ang. correction factor), która dla powierzchni Catmulla–Clarka ma postać:

$$w(n) = \frac{4}{n}.$$
 (2)

Literatura

- Catmull, E., Clark, J.: Recursively Generated B-spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes. Computer-Aided Design, 10(6), pp. 350–355, (1978)
- [2] Warren, J., Schaefer, S.: A Factored Approach to Subdivision Surfaces. IEEE Computer Graphics and Applications, 24(3), pp. 74–81, (2004), wersja robocza artykułu dostępna jest pod linkiem:

http://faculty.cs.tamu.edu/schaefer/research/tutorial.pdf

- [3] Warren, J., Weimer, H.: Subdivision Methods for Geometric Design: A Constructive Approach. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, (2002)
- [4] Zorin, D., Schröder, P.: Subdivision for Modeling and Animation. SIGGRAPH 2000 Course Notes http://mrl.nyu.edu/~dzorin/sig00course/coursenotes00.pdf

Zadanie

Napisać aplikację prezentującą powierzchnię Catmulla–Clarka. Aplikacja powinna posiadać następujące funkcjonalności:

- określenie liczby iteracji do wykonania przy generowaniu powierzchni,
- rysowanie powierzchni Catmulla–Clarka danej za pomocą siatki kontrolnej,
- rysowanie siatki kontrolnej,
- włączenie/wyłączenie rysowania powierzchni Catmulla-Clarka,
- włączenie/wyłączenie rysowania siatki kontrolnej,
- obracanie sceną.

Przykładowy wygląd obszaru renderingu aplikacji przedstawia Rysunek 2.