Geometria obliczeniowa

Zestaw 3 – Diagramy Voronoi

Napisać program wyznaczający diagram Voronoi. Program ma mieć następujące możliwości:

1. wczytywanie punktów z pliku tekstowego (w pierwszej linii pliku podana jest liczba punktów n, a w kolejnych n liniach współrzędne punktów),
2. podawanie punktów za pomocą myszki,
3. rysowania punktów wraz z diagramem Voronoi.

Do wyznaczanie diagramu Voronoi należy wykorzystać algorytm 1.

Algorytm 1: Wyznaczanie diagramu Voronoi

Dane: Zbiór $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ punktów ułożonych w porządku rosnącym względem współrzędnej x.
Wynik: Diagram Voronoi zbioru P.

Voronoi(P)
    if $n \leq 3$ **then**
        Zbuduj bezpośrednio diagram Voronoi $\mathcal{V}$.
    else
        Niech t będzie częścią całkowitą $n/2$. Podziel P na $P_L = \{p_1, \ldots, p_t\}$ i $P_R = \{p_{t+1}, \ldots, p_n\}$.
        $\mathcal{V}_L$ = Voronoi(P_L)
        $\mathcal{V}_R$ = Voronoi(P_R)
        Scal $\mathcal{V}_L$ i $\mathcal{V}_R$ w jeden diagram Voronoi $\mathcal{V}$ (Algorytm 2).
    return $\mathcal{V}$

Literatura

[1] Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K., Chiu, S.N.: Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams, 2nd Edition. John Wiley & Sons, Chichester, (2000)

[2] Preparata, F.P., Shamos, M.I.: Geometria obliczeniowa. Wprowadzenie. Helion, Gliwice, (2003)

[3] Shamos, M.I., Hoey, D.: Closest-point Problems. 16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, pp. 151-162, (1975)

Algorytm 2: Scalanie dwóch diagramów Voronoi

Dane: Diagramy Voronoi $\mathcal{V}_L$ i $\mathcal{V}_R$ zbiorów P_L i P_R (odpowiednio) takich, że centra w $\mathcal{V}_L$ mają mniejsze współrzędne x niż centra w $\mathcal{V}_R$.

Wynik: Diagram Voronoi zbioru $P_L \cup P_R$.

Zbuduj otoczkę wypukłą zbioru P_L i P_R.
Wyznacz dolny odcinek wspierający $L(p_L, p_R)$ (Algorytm 3).
$w_0 =$ punkt w nieskończoności w dół $b(p_L, p_R)$
$i = 0$
while *$L(p_L, p_R)$ nie jest górnym odcinkiem wspierającym* **do**
    $i = i + 1$
    Znajdź punkt a_L (inny niż w_{i-1}) przecięcia $b(p_L, p_R)$ z brzegiem komórki $V(p_L)$.
    Znajdź punkt a_R (inny niż w_{i-1}) przecięcia $b(p_L, p_R)$ z brzegiem komórki $V(p_R)$.
    if *a_L ma mniejszą współrzędna y niż a_R* **then**
        $w_i = a_L$
        $p_L =$ centrum komórki Voronoi leżącej po drugiej stronie krawędzi Voronoi zawierającej a_L.
    else
        $w_i = a_R$
        $p_R =$ centrum komórki Voronoi leżącej po drugiej stronie krawędzi Voronoi zawierającej a_R.
$m = i$
$w_{m+1} =$ punkt w nieskończoności w górę $b(p_L, p_R)$
Dodaj łamaną $(\overline{w_0 w_1}, \overline{w_1 w_2}, \ldots, \overline{w_m w_{m+1}})$ oraz usuń z $\mathcal{V}_L$ krawędzie leżące na prawo od łamanej i usuń z $\mathcal{V}_R$ krawędzie leżące na lewo od łamanej. Zwróć wynikowy diagram.

Algorytm 3: Wyznaczanie dolnego odcinka wspierającego

Dane: Wielokąty wypukłe U_L i U_R takie, że maksymalna współrzędna x wszystkich wierzchołków z U_L jest mniejsza niż minimalna współrzędna wszystkich wierzchołków z U_R.

Wynik: Para wierzchołków $u \in U_L$ i $w \in U_R$ takich, że $L(u, w)$ jest dolnym odcinkiem wspierającym U_L i U_R.

Znajdź wierzchołek $u \in U_L$ z największą współrzędną x.
Znajdź wierzchołek $w \in U_R$ z najmniejszą współrzędną x.
while *u lub w ulega zmianie* **do**
    if *$cnext[u]$ jest poniżej $L(u, w)$* **then**
        $u = cnext[u]$
    if *$ccnext[w]$ jest poniżej $L(u, w)$* **then**
        $w = ccnext[w]$
return $L(u, w)$