

METODY GENEROWANIA ESTETYCZNYCH WZORÓW

WIESŁAW KOTARSKI, KRZYSZTOF GDAWIEC, AGNIESZKA LISOWSKA

*Zakład Modelowania i Grafiki Komputerowej, Instytut Informatyki, Uniwersytet Śląski
e-mail: {kotarski, kgdawiec, alisow}@ux2.math.us.edu.pl*

Streszczenie

W pracy przedstawiono wybrane metody generowania estetycznych wzorów za pomocą komputera. Do prezentacji wybrano trzy metody oparte na różnych podejściach: systemach dynamicznych, biomorfach oraz wielomianografii, które generują szerokie spektrum wzorów o dużych potencjalnych możliwościach ich praktycznego zastosowania. Wzory generowane automatycznie, na podstawie wybranych metod, mogą stanowić inspirację dla grafików komputerowych. Ponadto, metody te wzbogacone dodatkowo o formalne kryteria oceniające miarę estetyki generowanych wzorów takie jak: złożoność, symetrie, zwartość, spójność, wymiar fraktalny, mogą tworzyć podstawę systemu generującego automatycznie wzory o zadanych przez użytkownika parametrach estetycznych.

1. Wstęp

Wzory o walorach estetycznych używane są w wielu dziedzinach, np. w architekturze, zdobieniu tkanin, jako motywy dekoracyjne na tapetach, kafelkach czy przy projektowaniu biżuterii. Najczęściej te niepowtarzalne wzory są dziełem artysty malarza, czy grafika. Jego gust i smak artystyczny zapewniają zazwyczaj wysoką jakość estetyczną wykonanych wzorów i pozytywny odbiór ich przez użytkowników. Proces tworzenia takich wzorów ręcznie jest długotrwały. Istnieje więc naturalna potrzeba przyspieszenia tego procesu przez wykorzystanie możliwości jakie dają komputery w połączeniu z matematyką.

Niepowtarzalne wzory estetyczne mogą być generowane za pomocą fraktali [12], superfraktali [1], metod podziału [7], L-systemów [16], automatów komórkowych, systemów dynamicznych [13], iteracji funkcji zmiennej zespolonej, w szczególności prowadzących do zbioru Mandelbrota [12], zbiorów Julii [12], biomorfów [15], wielomianografii [9]. Niektóre z wymienionych metod można dodatkowo wyposażyć w mechanizm ewolucyjny przez zastosowanie algorytmów genetycznych do modyfikacji wzorów [17]. Spośród wielu metod do automatycznego generowania wzorów autorzy artykułu do dokładniejszej analizy wybrali tylko trzy metody: oparte na systemach dynamicznych, biomorfach i wielomianografii. Każda z nich generuje niepowtarzalne charakterystyczne wzory, które są istotnie wizualnie różne przy zastosowaniu różnych metod. Wygenerowane wzory często można uznać za estetyczne czyli w potocznym znaczeniu tego słowa za ładne.

W tym miejscu należy podkreślić, że pojęcie estetyki jest pojęciem subiektywnym. To co dla niektórych jest ładne, innym się nie podoba i odwrotnie. Wartości estetyczne zależą od gustu i smaku artystycznego, które nie są łatwe do zdefiniowania. Pomimo tych trudności Birkhoff w 1933 roku podjął pierwszą próbę sformalizowania estetyki [3]. Późniejsze prace, np. [14, 17] opierają miary estetyki na złotym podziale, symetrii (spiralnej, zwierciadlanej), złożoności, zwartości, spójności, wymiarze fraktalnym. Uwzględniają też rolę barwy i dobór palety. Miara estetyki budowana jest statystycznie dla danego zbioru wzorów i ich ocen uzyskanych od ekspertów oceniających te wzory. Dzięki takiemu statystycznemu podejściu udaje się uzyskać na podstawie

analizy regresji nieliniowy model wartości estetycznej, który może być użyty do oceny wartości estetycznych wzorów generowanych automatycznie. Podejście to ma oczywiste wady. Jedną z nich jest zależność modelu miary estetyki od metody wybranej do generowania wzorów. Przy tych rozważaniach należy też wspomnieć, że estetyka muzyki dzięki jej formalizacji za pomocą zapisu nutowego jest znacznie łatwiejsza w ocenie w porównaniu z estetyką obrazów.

Układ pracy jest następujący: w podrozdziale 2 omówiono systemy dynamiczne i przedstawiono przykładowe wzory wygenerowane za ich pomocą. Podrozdział 3 poświęcony jest biomorfom i ich przykładowym obrazom. W podrozdziale 4 zaprezentowano mało rozpowszechnioną w Polsce wielomianografię, metodę generowania wzorów o przewidywalnej postaci opatentowaną w USA w 2005 roku. Zamieszczono też kilka przykładowych wielomianografów. Podrozdział 5 jest podsumowaniem, w którym wskazano kierunek dalszych badań autorów artykułu.

2. Systemy dynamiczne

Przez system dynamiczny rozumiemy przekształcenie $f : X \rightarrow X$ na przestrzeni metrycznej (X, d) , zaś orbitą punktu $x \in X$ nazywamy ciąg $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$, utworzony zgodnie ze wzorem:

$$\begin{cases} x_0 = x, \\ x_n = f^{\circ n}(x) = f(f^{\circ(n-1)}(x)) = f(x_{n-1}), \quad n > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Wzór określa tzw. iterację Picarda. W literaturze [4,11,13] można znaleźć wiele różnych systemów dynamicznych, których trajektorie tworzą wzory geometryczne o walorach estetycznych. Przykładami takich systemów są: transformacja Gumowskiego-Miry, transformacja Zaslavsky'iego, transformacje Martina czy Petersa. Do dalszych rozważań zostaną wybrane dwa systemy dynamiczne określone na płaszczyźnie:

1. Transformacja Gumowskiego-Miry:

$$\begin{aligned} x_n &= y_{n-1} + \alpha(1 - 0.05y_{n-1}^2)y_{n-1} + g(x_{n-1}), \\ y_n &= -x_{n-1} + g(x_n), \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie odwzorowanie $g : R \rightarrow R$ dane jest wzorem:

$$g(x) = \mu x + \frac{2(1-\mu)x^2}{1+x^2} \quad (3)$$

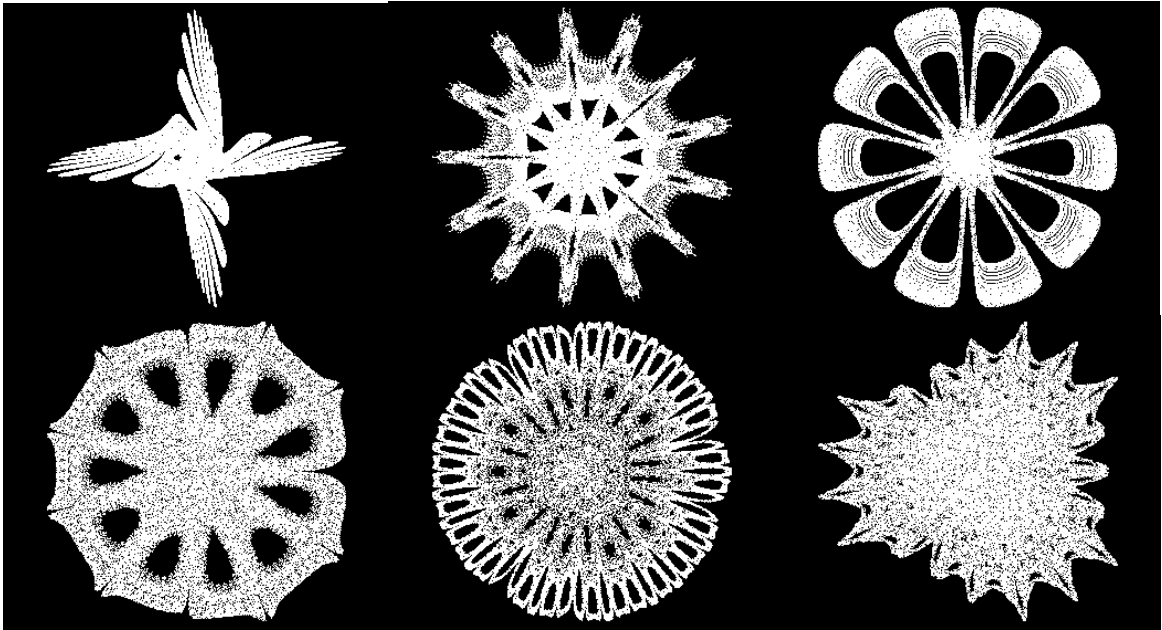
oraz $\alpha, \mu \in R$.

2. Transformacja Zaslavsky'iego:

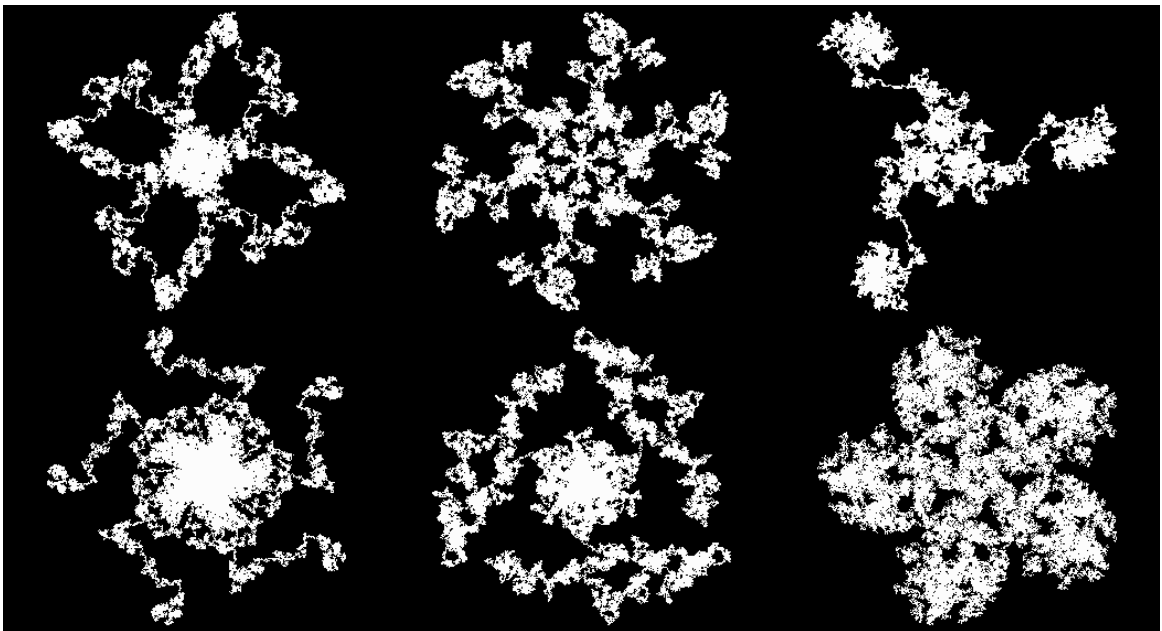
$$\begin{aligned} x_n &= (x_{n-1} + K \sin y_{n-1}) \cos \alpha + y_{n-1} \sin \alpha, \\ y_n &= -(x_{n-1} + K \sin y_{n-1}) \sin \alpha + y_{n-1} \cos \alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $K \in R$, $\alpha = \frac{2\pi}{q}$, $q \in N$, $q \geq 3$.

Przy ustalonym punkcie początkowym $[x_0, y_0]^T \in R^2$ dla różnych wartości parametrów w transformacjach Gumowskiego-Miry czy Zaslavsky'iego otrzymuje się różne orbity, które tworzą interesujące wzory geometryczne jak te pokazane na rys 1 i rys.2.



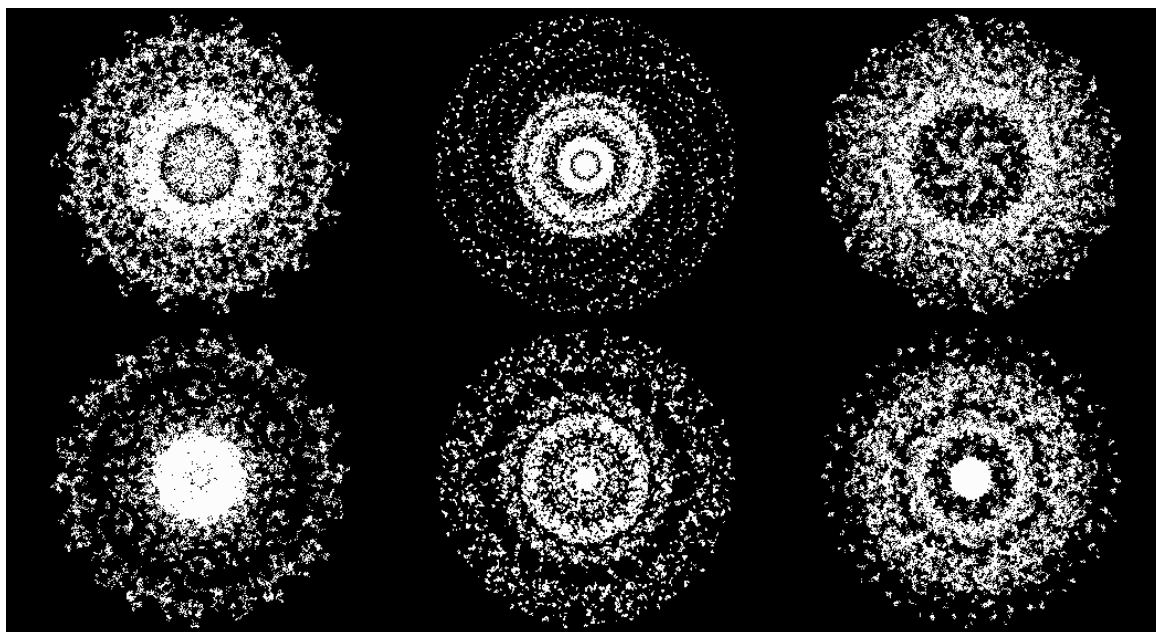
Rys. 1. Przykłady orbit transformacji Gumowskiego-Miry dla ustalonego punktu $[x_0, y_0]^T = [0, 0.5]^T$ i różnych wartości parametrów α, μ . Góra (od lewej): $\alpha_1 = 0.01, \mu_1 = 0.01, \alpha_2 = 0, \mu_2 = -0.7509, \alpha_3 = 0, \mu_3 = -0.31$. Dół (od lewej): $\alpha_4 = 0, \mu_4 = -0.15, \alpha_5 = 0, \mu_5 = -0.34, \alpha_6 = 0, \mu_6 = -0.4$.



Rys. 2. Przykłady orbit transformacji Zaslavsky'iego dla ustalonego punktu $[x_0, y_0]^T = [0, 0.5]^T$ i różnych wartości parametrów K, q . Góra (od lewej): $K_1 = 3.45, q_1 = 4, K_2 = 5, q_2 = 6, K_3 = 8, q_3 = 3$. Dół (od lewej): $K_4 = 12, q_4 = 5, K_5 = 30, q_5 = 3, K_6 = 35, q_6 = 5$.

Obrazy orbit można generować na podstawie jednego systemu dynamicznego zmieniając punkty startowe i/lub jego parametry. Można również wprowadzić pewną modyfikację do procesu

generowania orbit polegającą na losowym mieszaniu kilku używanych transformacji (tych samych z różnymi parametrami, bądź różnych) w poszczególnych krokach iteracyjnych. Zmiana transformacji, ich parametrów oraz prawdopodobieństw wyboru nie zakłóca często zbieżności procesu generowania trajektorii i prowadzi do zwiększenia bogactwa otrzymanywanych wzorów. Przykładowe orbity powstałe w opisany sposób przedstawia rys. 3. Surowa geometria otrzymanych wzorów może być dodatkowo wzbogacona przez zastosowanie różnych palet barwnych, jak to pokazano przykładowo w [5, 6].



Rys. 3. Przykłady orbit otrzymanych podczas losowego mieszania transformacji Gumowskiego-Miry i transformacji Zaslavsky'iego.

3. Biomorfy

Biomorfy zostały odkryte przez Pickovera w 1986 roku [15]. Termin biomorf pochodzi od angielskiego słowa biomorph, które jest skrótem od terminu biological morphologies co oznacza formy biologiczne przypominające organizmy żywe. Dokładniej biomorfy, które powstają w wyniku iteracji pewnych funkcji zmiennej zespolonej przypominają bezkręgowce organizmy żywe z widocznymi organami wewnętrznymi tzw. organelami. Związek między biomorfami i tworzącymi je funkcjami był tak zaskakujący, że Pickover był przekonany o odkryciu Praw Natury, które determinują wygląd organizmów żywych. Wystarczyło więc tylko poznać funkcję, by w wyniku iteracji otrzymać organizm żywy. W podejściu tym było więcej mistyki niż nauki. Mimo tego biomorfy są z pewnością obiektami graficznymi o niezwykle ciekawych kształtach. Przedstawimy w jaki sposób powstają biomorfy.

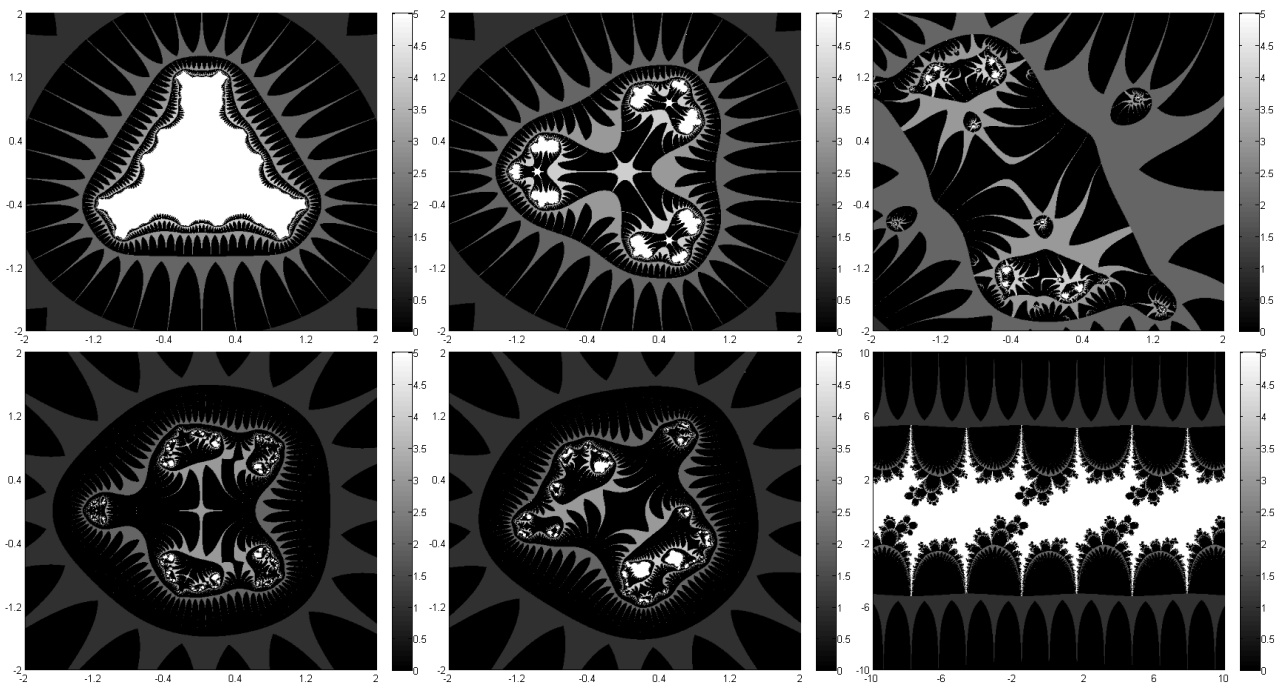
Niech $f : C \rightarrow C$ będzie pewną funkcją zespoloną z parametrem $\mu \in C$. Przyjmując $z \in C$ jako warunek początkowy można zdefiniować następujący ciąg:

$$\begin{cases} z_0 = z, \\ z_n = f(z_{n-1}) = f(f(z_{n-2})) = \dots = f^{on}(z), \quad n > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Ciąg $\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$ może być zbieżny lub rozbieżny w zależności od z i parametru μ . Ponieważ nie jesteśmy w stanie wykonać nieskończenie wielu iteracji, więc Pickover ustalił maksymalną liczbę iteracji K i przyjął, że ciąg z_n dla danych z i μ jest zbieżny jeśli dla pewnego $k \leq K$ zachodzi warunek:

$$|\operatorname{Re} z_k| < r \text{ lub } |\operatorname{Im} z_k| < r, \quad (6)$$

gdzie $r \in R$ jest dane. Jeśli zaś po K iteracjach żaden z elementów ciągu z_n nie spełniał tego warunku, to wówczas przyjął, że ciąg jest rozbieżny. Jeśli dla punktu z ciąg okazywał się zbieżny, to jego kolor ustalano na podstawie numeru iteracji, dla której został spełniony warunek. Zaś jeśli ciąg okazywał się rozbieżny, to przyjmowano pewien z góry ustalony kolor. Na rys. 4 przedstawiono przykładowe biomorfy otrzymane za pomocą iteracji różnych funkcji z różnymi wartościami parametrów μ . Oryginalne barwy na rysunku zostały zamienione na poziomy szarości tracąc przy tym niezwykle piękno biomorfów.



Rys. 4. Przykłady biomorfów. W przykładach użyto $K = 5$ oraz funkcji $f_1(z) = z^3 + \mu_1$, $f_2(z) = z^2 + \sin z + \mu_2$, $f_3(z) = z^2 + z^5 + \mu_3$, $f_4(z) = e^2 + \sin z + \mu_4$. Góra (od lewej): funkcja f_1 z $\mu_1 = \mathbf{i}$ oraz $r = 10$, funkcja f_1 z $\mu_1 = 1$ oraz $r = 10$, funkcja f_2 z $\mu_2 = 1.5 + 1.5\mathbf{i}$ oraz $r = 10$. Dół (od lewej): funkcja f_3 z $\mu_3 = 1$ oraz $r = 10$, funkcja f_3 z $\mu_3 = \mathbf{i}$ oraz $r = 10$, funkcja f_4 z $\mu_4 = \mathbf{i}$ oraz $r = 100$.

4. Wielomianografia

Wielomiany odgrywają ważną rolę w wielu działach matematyki. Są one interesujące nie tylko z teoretycznego, ale również z praktycznego punktu widzenia. Sumerowie 3000 lat p.n.e., a także później starożytni Grecy natknęli się na problemy praktyczne, które we współczesnym języku matematyki są reprezentowane jako problemy znajdowania pierwiastków wielomianów. Newton zaproponował metodę przybliżonego znajdowania pierwiastków wielomianów definiującą ciąg przybliżeń. Caley w 1879 roku, analizując zachowanie metody Newtona do rozwiązywania

równania $z^3 - 1 = 0$ na płaszczyźnie zespolonej zauważył, że znaleziony pierwiastek zależy od punktu startowego z_0 , a ponadto ciąg przybliżeń $\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$ nie zawsze jest zbieżny. Rozwiązanie problemu Caley'a w 1919 roku przez Julie doprowadziło do odkrycia zbiorów Julii, a następnie w latach 70-tych XX wieku do odkrycia przez Mandelbrota fraktali, w tym słynnego zbioru nazwanego jego nazwiskiem. Ostatnim odkryciem w historii znajdowania pierwiastków wielomianów było wprowadzenie do nauki przez Kalantarięgo [8, 9] tzw. wielomianografii (ang. polynomiography). Wielomianografia oznacza wizualizację procesu znajdowania pierwiastków wielomianów zmiennej zespolonej za pomocą metody Newtona, Halley'a, bądź innych metod wyższego rzędu, w szczególności metod należących do tzw. Rodziny Podstawowej (ang. Basic Family) [9]. Pojedynczy obraz, który powstaje za pomocą wielomianografii Kalantarii nazwał wielomianografem (ang. polynomiograph). Wielomianografia, łącząca matematykę ze sztuką, tworząca grafiki o walorach estetycznych została opatentowana w USA w 2005 roku.

Zarówno fraktale, jak i wielomianografy generowane są za pomocą iteracji. Kształty fraktali zdeterminowane są przez niewielką liczbę współczynników, np. przez współczynniki układu IFS (ang. Iterated Function System). Kształt fraktali trudno zmieniać w sposób przewidywalny. Fraktale są obiektami samopodobnymi, mają złożoną strukturę i są niezależne od rozdzielczości. Wielomianografy są inne pod tym względem. Ich kształt może być zmieniany w sposób bardziej przewidywalny w przeciwieństwie do typowych fraktali. Większa elastyczność wielomianografii przy generowaniu obrazów wynika z następujących faktów. Wielomian p stopnia n :

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 \quad (7)$$

na podstawie Zasadniczego Twierdzenia Algebry ma n pierwiastków. Wielomian p jest dobrze zdefiniowany przez zbiór współczynników $\{a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0\}$, bądź za pomocą n swoich pierwiastków. Zatem stopień wielomianu wyznacza liczbę basenów przyciągania do jego pierwiastków. Basen przyciągania dla danego pierwiastka z^* utworzony jest przez zbiór punktów startowych z_0 , z których ciąg przybliżeń zbiega do z^* . Zmiana położenia pierwiastków na płaszczyźnie zespolonej prowadzi do zmiany kształtów ich basenów przyciągania, co w rezultacie zmienia kształt wielomianografu przedstawiającego proces wizualizacji przybliżonego rozwiązania równania $p(z) = 0$. Zazwyczaj wielomianografy są kolorowane w zależności od liczby iteracji potrzebnych do osiągnięcia zadanej dokładności wyznaczenia pierwiastka wielomianu p oraz wybranej metody iteracyjnej. Szczegółowy opis podstaw teoretycznych wielomianografii oraz jej zastosowań praktycznych przedstawiono w [8, 9]. Podsumowując, na wielomianografię można patrzeć jako na teorię i zarazem narzędzie wizualizacji procesu znajdowania pierwiastków wielomianów o współczynnikach zespolonych. Wielomianografia ma wiele zastosowań w edukacji, matematyce, nauce i sztuce.

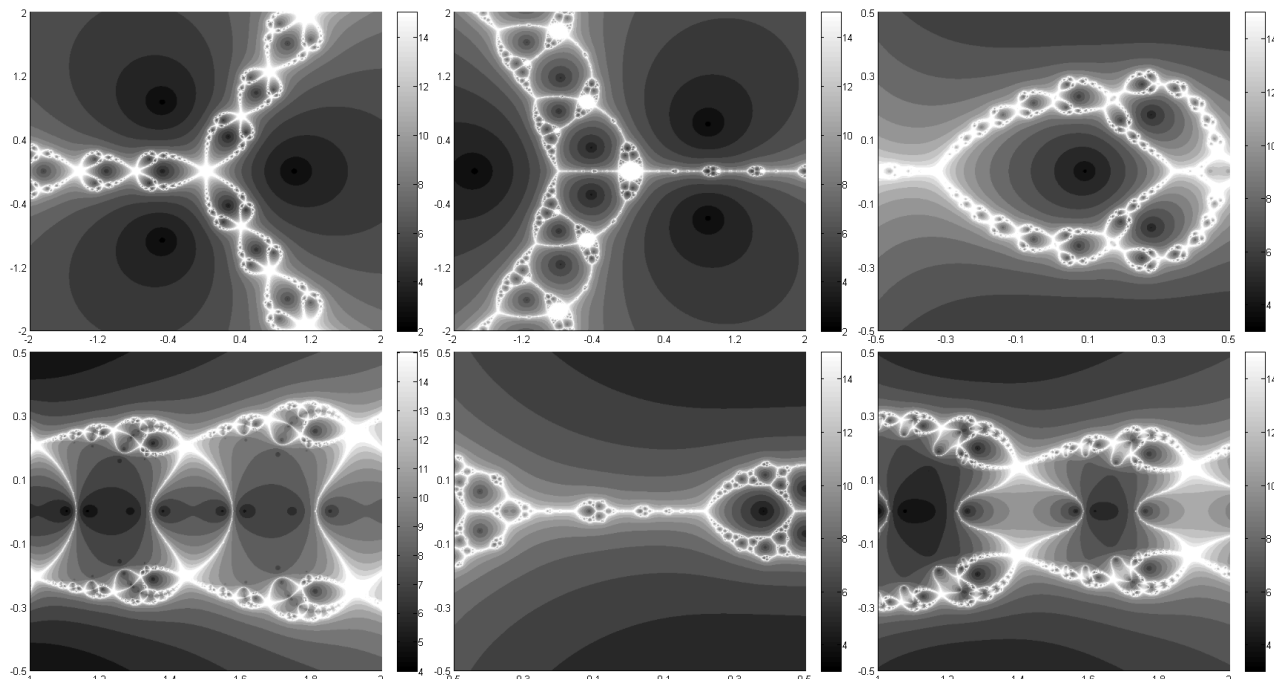
Przypomnijmy, że metoda Newtona dla danego wielomianu p jest opisana następującą zależnością:

$$z_{n+1} = z_n - \frac{p(z_n)}{p'(z_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

gdzie z_0 jest punktem startowym na płaszczyźnie zespolonej.

Ciąg $\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$ może być zbieżny do pierwiastka wielomianu p , bądź nie. Zbieżność oznacza, że po pewnej liczbie iteracji k znajduje się przybliżenie pierwiastka z^* z zadaną dokładnością ε . Punkty startowe z_0 przyjmują barwę związaną z liczbą wykonanych iteracji.

Przykładowe wielomianografy przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Przykładowe wielomianografy.

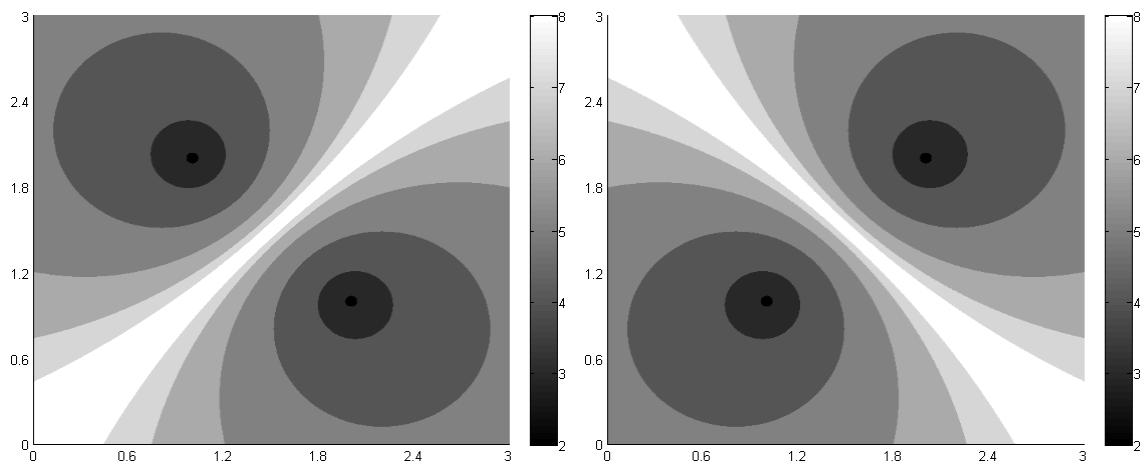
Okazuje się, że w bardzo prosty sposób można wizualizować wybrane klasy macierzy za pomocą wielomianografii, w szczególności na przykład macierze permutacyjne tzn. takie, które w każdym wierszu i każdej kolumnie mają tylko po jednym elemencie równym 1. Niech $\Pi = (\pi_{ij})$ będzie macierzą permutacyjną o wymiarach $n \times n$. Z każdą macierzą permutacyjną można powiązać jednoznacznie wielomian o współczynnikach zespolonych w następujący sposób. Elementowi (i, j) macierzy Π przypisujemy $\Theta_{ij} = i + j\mathbf{i}$, gdzie $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$. Następnie, używając macierzy Π konstruujemy macierz $\bar{\Pi} = (\bar{\pi}_{ij})$, taką że $\bar{\pi}_{ij} = \pi_{j(n+1-i)}$. Macierz $\bar{\Pi}$ przypomina macierz transponowaną do Π . Różni się jednak od niej tym, że i -ty wiersz macierzy Π odpowiada i -tej kolumnie macierzy transponowanej o elementach ułożonych wspak, tzn. od dołu do góry. Wielomian zespolony stowarzyszony z macierzą Π ma postać [10]:

$$p_{\Pi}(z) = \prod_{\pi_{ij}=1} (z - \Theta_{ij}). \quad (9)$$

Przykładowo, dla macierzy permutacyjnych 2×2 mamy:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ p_{\Pi_1}(z) &= (z - (1 + 2\mathbf{i}))(z - (2 + \mathbf{i})), \quad p_{\Pi_2}(z) = (z - (1 + \mathbf{i}))(z - (2 + 2\mathbf{i})). \end{aligned} \quad (10)$$

Na rys.6 przedstawiono wielomianografy dla macierzy permutacyjnych Π_1, Π_2 . Wyraźnie widoczna jest występująca symetria w macierzach permutacyjnych i odpowiadającym im wielomianografom. Więcej wielomianografów o walorach estetycznych można znaleźć w [8, 9] oraz w galerii prezentowanej na stronie <http://www.polynomiography.com/>.



Rys. 6. Wielomianografy odpowiadające macierzom Π_1, Π_2 .

5. Wnioski i dalsze badania

W pracy przedstawiono przykładowe wzory uzyskiwane za pomocą iteracji wykorzystując trzy wybrane metody: systemy dynamiczne, biomorfy oraz wielomianografię. Każda z wymienionych metod generuje różniące się od siebie wzory, ale takie że po wygenerowanych wzorach można rozpoznać użytą metodę do ich wytworzenia. Wygenerowane wzory odznaczają się walorami estetycznymi. Tak więc mogą stanowić inspirację dla grafików komputerowych przy realizacji projektów związanych z automatycznym tworzeniem estetycznych wzorów użytkowych o różnych zastosowaniach.

Autorzy pracy planują dalsze badania nad możliwością wprowadzenia miar oceniających estetykę tworzonych wzorów w sposób automatyczny. W przyszłości mógłby więc powstać system, który zwracałby wzory o żądanych przez użytkownika parametrach estetycznych takich jak symetria, złożoność, wymiar fraktalny.

Interesującym kierunkiem badań jest zastąpienie iteracji Picarda przez iterację Manna lub Ishikawy [2]. W przypadku metody opartej na systemach dynamicznych autorzy w pracy [6] stosując iterację Krasnosielskiego (szczególny przypadek iteracji Manna) uzyskali istotne rozszerzenie zbioru generowanych wzorów, szczególnie w przypadku mieszanych systemów dynamicznych. Iteracje Manna i Ishikawy zastosowane do metody Newtona, jak pokazują wstępne eksperymenty, tworzą znacznie różniące się wielomianografy w porównaniu z tymi, które powstawały w oparciu o iterację Picarda. Podobne efekty związane ze zmianą typu iteracji powinno się uzyskać również w przypadku biomorfów.

Bibliografia

- [1] Barnsley, M.: Superfractals. Cambridge University Press, New York, Melbourne (2006)
- [2] Berinde, V.: Iterative Approximation of Fixed Points, 2nd Edition. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2007)
- [3] Birkhoff, G.: Aesthetic Measure. Harvard University Press, UK (1933)
- [4] Gumowski, I., Mira, C.: Recurrences and Discrete Dynamic Systems. Springer-Verlag, New York (1980)
- [5] Gdawiec, K., Kotarski, W., Lisowska, A.: Automatyczne Generowanie Estetycznych Wzorów za Pomocą Transformacji Gumowskiego-Miry. Systemy Wspomagania Decyzji, Katowice, pp. 219-226 (2011)

- [6] Gdawiec, K., Kotarski, W., Lisowska, A.: Automatic Generation of Aesthetic Patterns with the Use of Dynamical Systems, LNCS, vol. 6939, pp. 691-700 (2011)
- [7] Goldman, R.: Computer Graphics, An Integrated Introduction to Computer Graphics and Geometric Modeling, Chapman & Hall/CRC (2009)
- [8] Kalantari, B.: Polynomiography: From Fundamental Theorem of Algebra to Art. Leonardo 38(3), pp. 233-239 (2005)
- [9] Kalantari, B.: Polynomial Root-Finding and Polynomiography. World Scientific, Singapore (2009)
- [10] Kalantari, B.: Alternating Sign Matrices and Polynomiography. The Electronic Journal of Combinatorics 18(2), pp. 1-22 (2011)
- [11] Maallem, H.B., Richard, P., Ferrier, J.-L., Labib, A.: Using Gumowski-Mira Maps for Artistic Creation. Proceedings 12th Generative Art Conference, pp. 308-315 (2009)
- [12] Mandelbrot, B.: The Fractal Geometry of Nature. Freeman and Company, San Francisco (1983)
- [13] Morozov, A.D., Dragunov, T.N., Boykova, S.A., Malysheva, O.V.: Invariant Sets for Windows. World Scientific (1999)
- [14] Naud, M., Richard, P., Chapeau-Blondeau, F., Ferrier, J.L.: Automatic Generation of Aesthetic Images for Computer-assisted Virtual Fashion Design. Proceedings 10th Generative Art Conference, Milan, Italy (2007)
- [15] Pickover, C.A.: Biomorphs: Computer Displays of Biological Forms Generated from Mathematical Feedback Loops. Computer Graphics Forum 5(4), pp. 313-316 (1986)
- [16] Prusinkiewicz, P., Lindenmayer A.: The Algorithmic Beauty of Plants. Springer, New York (1990)
- [17] Wannarumon, S., Bohem, E.L.J.: A New Aesthetic Evolutionary Approach for Jewelry Design. Computer-Aided Design & Applications, 3(1-4), pp. 385-394 (2006)